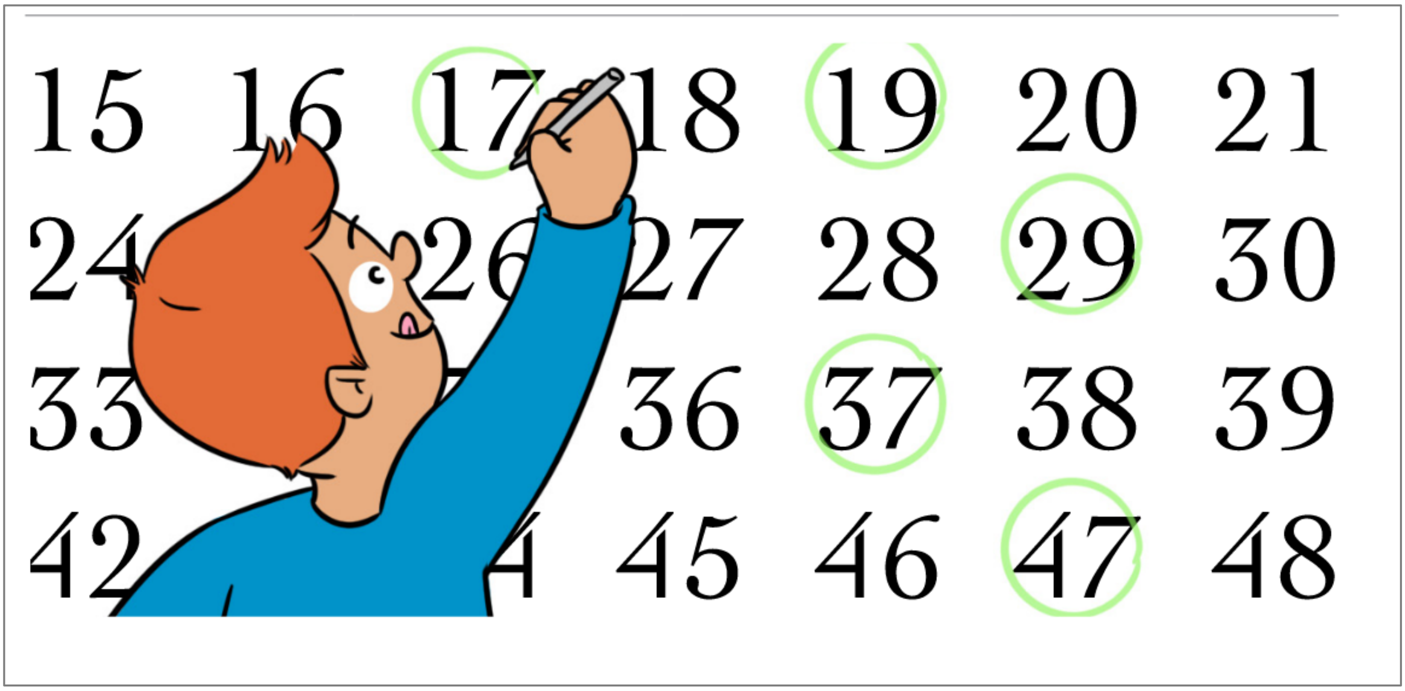
Article original : doi 10.3389/frym.2018.00040



LES NOMBRES PREMIERS : POURQUOI SONT-ILS SI FASCINANTS ?

*Ehud de Shalit**

Département de Mathématiques, Université hébraïque de Jérusalem, Jérusalem, Israël

Les nombres premiers ont attiré l'attention des humains dès les premiers temps de notre Histoire Nous expliquons ce qu'ils sont, pourquoi leur étude passionne les mathématiciens et les amateurs, et nous ouvrons une fenêtre sur le monde des mathématiciens.

ANTIQUITÉ. Période de notre Histoire commençant avec l'apparition de l'écriture vers 3500 - 3300 av. J. -C. et se terminant à la chute de l'Empire romain en Occident (476).

Dès le début de l'Antiquité, les nombres premiers ont suscité la curiosité des humains. Que sont les nombres premiers ? Pourquoi les questions qui s'y rapportent sont-elles si difficiles ? L'un des aspects les plus intéressants des nombres premiers est leur répartition parmi les nombres naturels. À petite échelle, l'apparition des nombres premiers semble aléatoire, mais à grande échelle, il semble y avoir une tendance, qui n'est pas encore totalement comprise. Dans ce court article, nous tenterons de suivre l'histoire des nombres premiers depuis l'Antiquité et de profiter de cette occasion pour plonger dans le monde des mathématiciens et mieux le comprendre.

NOMBRES COMPOSÉS ET NOMBRES PREMIERS

T'es-tu déjà demandé pourquoi la journée est divisée en exactement 24 heures et le cercle en 360 degrés ? Le nombre 24 a une propriété intéressante : il peut être divisé en parties égales entières d'un nombre de manières relativement important. Par exemple, $24 \div 2 = 12$, $24 \div 3 = 8$, $24 \div 4 = 6$, et ainsi de suite (complète toi-même le reste des options !). Cela signifie qu'une journée peut être divisée en deux parties égales de 12 heures chacune, le jour et la nuit. Dans une usine où l'on travaille 24 heures en continu avec des équipes travaillant 8 heures chacune, chaque jour est divisé en exactement trois parties.

C'est aussi la raison pour laquelle le cercle a été divisé en 360°. Si le cercle est divisé en deux, trois, quatre, dix, douze ou trente parties égales, chaque partie contiendra un nombre entier de degrés ; et il existe d'autres façons de diviser un cercle que nous n'avons pas mentionnées. Dans l'Antiquité, diviser un cercle en secteurs de taille égale avec une grande précision était nécessaire à diverses fins artistiques, astronomiques et techniques. Le compas et le rapporteur étant les seuls instruments disponibles, la division d'un cercle en secteurs égaux avait une grande valeur pratique[1].

Un nombre entier qui peut être écrit comme le produit de deux nombres plus petits est appelé un nombre composé. Par exemple, les équations $24 = 4 \times 6$ et $33 = 3 \times 11$ montrent que 24 et 33 sont des nombres composés. Un nombre qui ne peut pas être décomposé de cette manière est appelé nombre premier. Les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29 sont tous des nombres premiers. En fait, il s'agit des 10 premiers nombres premiers (tu peux le vérifier toi-même si tu le souhaites !).

L'examen de cette courte liste de nombres premiers permet déjà de faire quelques observations. Tout d'abord, à l'exception du nombre 2, tous les nombres premiers sont impairs, puisqu'un nombre pair est divisible par 2, ce qui en fait un nombre composé. Ainsi, la distance entre deux nombres premiers successifs est d'au moins 2. Dans notre liste, nous trouvons des nombres premiers successifs dont la différence est exactement de 2 (comme les paires 3,5 et 17,19). Il existe également des écarts plus importants entre les nombres premiers successifs, comme l'écart de six nombres entre 23 et 29 : chacun des nombres 24, 25, 26, 27 et 28 est un nombre composé. Une autre observation est que dans chacun des deux premiers groupes de 10 nombres (c'est-à-dire entre 1-10 et 11-20), il y a quatre nombres premiers, mais dans le troisième groupe de 10 (21-30), il n'y en a que deux. Qu'est-ce que cela signifie ? Les nombres premiers deviennent-ils plus rares au fur et à mesure que les nombres augmentent ? Quelqu'un peut-il nous promettre que nous pourrons trouver indéfiniment de plus en plus de nombres premiers ?

Si, à ce stade, quelque chose te passionne et que tu souhaites continuer à étudier la liste des nombres premiers et les questions que nous avons soulevées, c'est que tu as une âme de mathématicien. Arrête toi ! Ne continue pas à lire[2] ! Prends un crayon et une feuille de papier. Écris tous les nombres jusqu'à 100 et marque les nombres premiers. Vérifie combien il y a de paires avec une différence de deux. Vérifie combien de nombres premiers il y a dans chaque groupe de 10. Peux-tu trouver des régularités ? Ou bien la liste des nombres premiers jusqu'à 100 te semble-t-elle aléatoire ?

[1] La division du cercle en 360 apparaît pour la première fois dans les écrits des astronomes grecs et égyptiens, mais elle est basée sur une division antérieure de l'heure en 60 minutes par les Babyloniens. Sans aucun doute, elle est également liée au fait que les années solaires durent 365 jours (en moyenne), mais notez que 365 = 5 x 73 et que, comme 5 et 73 sont premiers, 365 admet beaucoup moins de factorisations que 360.

NOMBRE COMPOSÉ. Un nombre entier qui peut être écrit comme un produit de deux nombres plus petits, par exemple, $24 = 3 \times 8$.

NOMBRE PREMIER (NON COMPOSÉ). Un nombre entier qui ne peut pas être écrit comme le produit de deux nombres plus petits, par exemple 7 ou 23.

[2] Une lecture correcte d'un texte mathématique est une « lecture active »", où le lecteur vérifie ce qui est dit, calcule des exemples, etc. Mais, si tu souhaites sauter la tâche proposée, tu peux le faire, et nous y reviendrons et en discuterons plus tard.

UN PEU D'HISTOIRE ET LE CONCEPT DE THÉORÈME

Les nombres premiers ont occupé l'attention des humains depuis l'Antiquité et ont même été associés au surnaturel. Même aujourd'hui, à l'époque moderne, certains tentent de leur donner des propriétés mystiques. Le célèbre astronome et auteur scientifique Carl Sagan a écrit en 1985 un livre intitulé « Contact », dans lequel il est question d'extraterrestres (une culture extra-terrestre de type humain) qui tentent de communiquer avec les humains en utilisant des nombres premiers comme signaux. L'idée que des signaux basés sur des nombres premiers puissent servir de base à la communication avec des cultures extraterrestres continue aujourd'hui encore à enflammer l'imagination de nombreuses personnes.

Il est communément admis que l'intérêt pour les nombres premiers a commencé à l'époque de Pythagore. Pythagore était un mathématicien de la Grèce antique. Ses élèves, les pythagoriciens – en partie scientifiques et en partie mystiques – ont vécu au sixième siècle avant J.-C. Ils n'ont pas laissé de traces écrites et ce que nous savons d'eux vient de récits transmis oralement. Trois cents ans plus tard, au troisième siècle avant J.-C., Alexandrie (dans l'Égypte moderne) était la capitale culturelle du monde grec. Euclide (Figure 1), qui vivait à Alexandrie à l'époque de Ptolémée 1er, t'est peut-être connu par la géométrie euclidienne, qui porte son nom. Elle est enseignée dans les écoles depuis plus de 2 000 ans. Mais Euclide s'intéressait aussi aux nombres. Dans le neuvième livre de son ouvrage « Éléments », la Proposition 20 contient pour la première fois une preuve mathématique du théorème selon lequel il existe une infinité de nombres premiers.

SCIENTIFIQUE. Adjectif qualifiant une personne ou un raisonnement conforme aux exigences d'objectivité, de méthode et de précision de la science.

MYSTIQUE. Adjectif qualifiant une personne qui adhère à des croyances surnaturelles, qui possède une foi religieuse intuitive.

PREUVE MATHÉMATIQUE. Une série d'arguments logiques visant à prouver la vérité d'un théorème mathématique. La preuve est basée sur des hypothèses de base qui ont été testées, ou sur d'autres théorèmes qui ont été prouvés précédemment.

THEORÈME MATHÉMATIQUE. Une affirmation exprimée dans le langage des mathématiques, dont la validité a été démontrée.

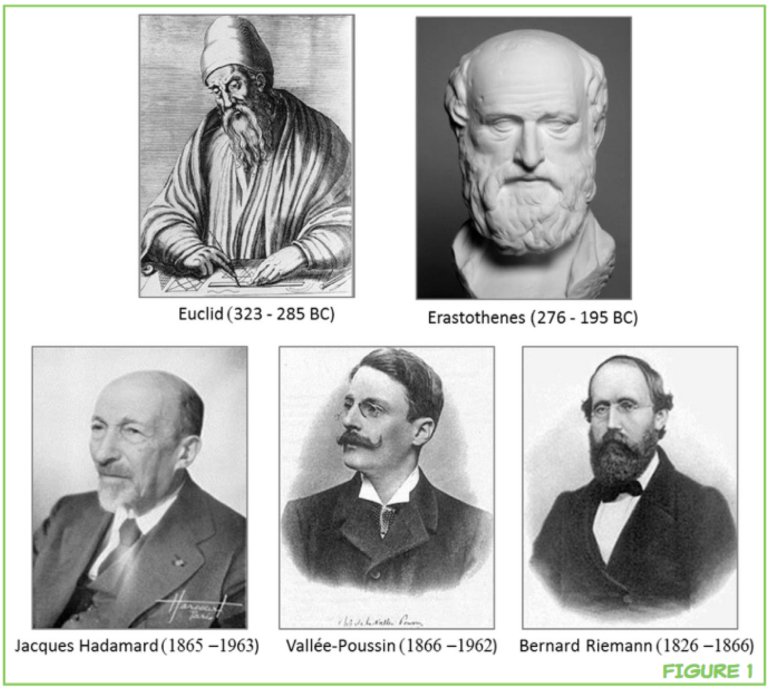


Figure 1. Les principales personnes qui ont étudié les nombres premiers.

C'est l'occasion de dire quelques mots sur les concepts de théorème et de preuve mathématique. Un *théorème* est un énoncé exprimé dans un langage mathématique et dont on peut affirmer avec certitude qu'il est valide ou invalide. Par exemple, le théorème « il existe une infinité de nombres premiers » affirme que dans le système des nombres naturels (1,2,3...), la liste des nombres premiers est infinie. Plus précisément, ce théorème affirme que si l'on écrit une liste finie de nombres premiers, on pourra toujours trouver un autre nombre premier qui ne figure pas dans la liste. Pour prouver ce théorème, il ne suffit pas d'identifier un nombre premier supplémentaire qui n'est pas dans la liste donnée. Par exemple, si nous signalons que 31 est un nombre premier en dehors de la liste considérée, nous montrerons en effet que cette liste n'incluait pas tous les nombres premiers. Mais nous ne montrons pas qu'en ajoutant 31, nous n'avons pas trouvé tous les nombres premiers et qu'il y en a d'autres ! Ce que nous devons faire, et ce qu'Euclide a fait il y a 2 300 ans, c'est présenter un raisonnement convaincant expliquant pourquoi, pour toute liste finie de nombres premiers, aussi longue soit-elle, nous pouvons trouver un nombre premier qui n'y figure pas. Dans la section suivante, nous présenterons la preuve d'Euclide, sans trop de détails.

PREUVE D'EUCLIDE DE L'EXISTENCE D'UNE INFINITÉ DE NOMBRES PREMIERS

Pour prouver qu'il existe une infinité de nombres premiers, Euclide a utilisé un autre théorème fondamental qu'il connaissait, et qui dit que *« tout nombre naturel peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers »*. Il est facile de se convaincre que cette dernière affirmation est vraie. Si tu prends un nombre qui n'est pas composé, ce nombre est lui-même un nombre premier. Si ce n'est pas le cas, ce nombre est le produit de deux nombres plus petits. Si chacun de ces nombres plus petits est premier, tu as exprimé ton nombre comme le produit de nombres premiers. Si ce n'est pas le cas, écris les nombres composés plus petits comme des produits de nombres encore plus petits, et ainsi de suite. Dans ce processus, tu remplaces constamment les nombres composés par des produits de nombres plus petits. Comme il est impossible de procéder ainsi indéfiniment, ce processus doit prendre fin et quand tous les petits nombres obtenus ne peuvent plus être décomposés, cela signifie qu'il s'agit de nombres premiers. Par exemple, décomposons le nombre 72 en ses facteurs premiers :

$72 = 12 \times 6 = 3 \times 4 \times 6 = 3 \times 2 \times 2 \times 6 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3.$

Sur la base de ce fait fondamental, nous pouvons maintenant expliquer la magnifique preuve d'Euclide concernant l'infinité de l'ensemble des nombres premiers. Nous allons démontrer l'idée en utilisant la liste des 10 premiers nombres premiers (les nombres premiers sont tous utilisés à partir de 1 et ne sont utilisés qu'une fois dans la liste). Multiplions tous les nombres de la liste et ajoutons 1 au résultat. Donnons le nom N au nombre que nous obtenons. .

$N = (1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 29) + 1.$

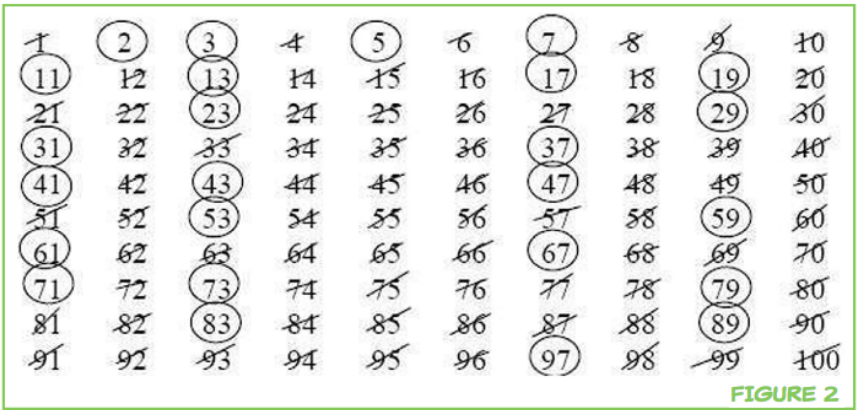
Le nombre N, comme tout autre nombre naturel, peut s'écrire comme un produit de nombres premiers. Qui sont ces nombres, les facteurs premiers de N ? Nous ne le savons pas, car nous ne les avons pas calculés, mais il y a une chose dont nous sommes sûrs : ils divisent tous N. Nous savons aussi que le nombre N laisse un reste de un lorsqu'il est divisé par chacun des nombres premiers de notre liste : 2, 3, 5, 7,..., 23, 29. Cette liste est complète, mais aucun de ces nombres premiers ne divise N, ce ne sont pas des facteurs premiers de N. Ceux-ci ne figurent donc pas dans cette liste mais ils doivent exister (ne serait-ce que N lui-même). C'est bien la preuve qu'il existe au moins un nouveau nombre premier au-delà de 29. Et ce raisonnement fonctionne pour *n'importe quelle* liste finie de nombres premiers !

LE CRIBLE D'ÉRATOSTHÈNE

As-tu trouvé tous les nombres premiers inférieurs à 100 ? Quelle méthode as-tu utilisée ? As-tu vérifié chaque nombre individuellement, pour voir s'il est divisible par des nombres plus petits ? Si tu as choisi cette méthode, tu as certainement investi beaucoup de temps. Ératosthène (Figure 1), l'un des plus grands savants de la **période hellénistique**, a vécu quelques décennies après Euclide. Il était le bibliothécaire en chef de la bibliothèque d'Alexandrie, la première bibliothèque de l'histoire et la plus grande du monde antique. Il s'intéressait non seulement aux mathématiques, mais aussi à l'astronomie, à la musique et à la géographie, et il fut le premier à calculer la circonférence de la terre avec une précision impressionnante pour l'époque. Il a notamment conçu une méthode astucieuse pour trouver tous les nombres premiers jusqu'à un nombre donné. Comme cette méthode est basée sur l'idée de cribler les nombres composés, on l'appelle le crible d'Ératosthène.

PÉRIODE HELLÉNISTIQUE. Dernière période de la civilisation grecque antique s'étendant de la mort d'Alexandre le Grand en 323 avant JC à la domination romaine en 31 avant JC.

Nous allons démontrer le crible d'Eratosthène sur la liste des nombres premiers inférieurs à 100, qui est, je l'espère, encore sous tes yeux (Figure 2). Entoure le nombre 2, puisqu'il s'agit du premier nombre premier, puis efface tous ses multiples supérieurs, à savoir tous les nombres pairs composés. Passe au nombre suivant qui n'a pas été effacé, le 3. Comme il n'a pas été effacé, il n'est pas un produit de nombres plus petits, et nous pouvons l'entourer en sachant qu'il est premier. Une fois encore, efface tous ses multiples supérieurs. Remarque que certains d'entre eux, comme le 6, ont déjà été effacés, tandis que d'autres, comme le 9, le seront maintenant. Le prochain nombre non effacé, le 5, sera entouré. Là encore, efface tous ses multiples supérieurs : 10, 15 et 20 ont déjà été effacés, mais 25 et 35, par exemple, doivent l'être maintenant. Continue de la même manière. Jusqu'à quand ? Essaye de réfléchir à la raison pour laquelle il n'est pas nécessaire de poursuivre le processus après avoir passé 10 = √100. Tous les nombres inférieurs à 100 qui n'ont pas été effacés sont des nombres premiers et peuvent être entourés en toute sécurité !



~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

FIGURE 2

Figure 2. Crible d'Eratosthène. Les nombres composés sont barrés, et les nombres premiers sont encerclés.

FRÉQUENCE DES NOMBRES PREMIERS

Quelle est la fréquence des nombres premiers ? Combien y a-t-il approximativement de nombres premiers entre 1 000 000 et 1 001 000 (un million et un million plus mille) et combien y en a-t-il entre 1 000 000 000 et 1 000 001 000 (un milliard et un milliard plus mille) ? Peut-on estimer le nombre de nombres premiers compris entre un billion (un million de millions : 1 000 000 000 000) et un billion plus mille ?

Les calculs révèlent que les nombres premiers deviennent de plus en plus rares à mesure que les nombres augmentent. Mais est-il possible d'énoncer un théorème précis qui exprimerait leur rareté ? Un tel théorème a été énoncé pour la première fois sous forme de conjecture par le grand mathématicien Carl Friedrich Gauss en 1793, quand il avait 16 ans. Le mathématicien du XIXe siècle Bernhard Riemann (Figure 1), qui a le plus influencé l'étude des nombres premiers à l'époque moderne, a développé d'autres outils pour traiter ce théorème. Mais une preuve formelle du théorème n'a été donnée qu'en 1896, un siècle après son énoncé. De manière surprenante, deux preuves indépendantes ont été fournies la même année par le Français Jacques Hadamard et le Belge de la Vallée-Poussin (Figure 1). Ces deux hommes sont nés à peu près au moment de la mort de Riemann. Le théorème qu'ils ont prouvé a reçu le nom de « *théorème des nombres premiers* » en raison de son importance.

CONJECTURE MATHÉMATIQUE. Affirmation mathématique que l'on croit vraie mais qui n'a pas encore été prouvée (également appelée hypothèse). La "croyance en la validité" peut résulter de la vérification de cas particuliers, de preuves informatiques ou d'une intuition mathématique. Il existe des conjectures mathématiques sur lesquelles les gens ne sont toujours pas d'accord.

La formulation précise du théorème des nombres premiers, et plus encore les détails de sa preuve, requièrent des mathématiques avancées que nous ne pouvons pas aborder ici. Mais exprimé sans précision, le théorème des nombres premiers énonce que « *la fréquence des nombres premiers autour de x est inversement proportionnelle au nombre de chiffres de x* ». Prenons la quantité de nombres premiers dans un intervalle de longueur 1 000 autour d'un million (c'est-à-dire dans l'intervalle entre un million et un million et mille) et celle du même intervalle autour d'un milliard ; le rapport entre le nombre de zéros entre un milliard et un million étant de 9:6 (1,5 ou 150%) la quantité de nombres premiers dans le premier intervalle sera donc d’environ 50 % plus élevée que dans l’intervalle équivalent autour d'un milliard. Elle sera environ deux fois plus élevée que la quantité de nombres premiers autour d'un billion (où le rapport du nombre de zéros est de 12:6). Des calculs informatiques montrent qu'il y a 75 nombres premiers dans le premier intervalle, 49 dans la deuxième (50 attendus selon le rapport des nombres de zéros) et seulement 37 dans la troisième, entre un billion et un billion plus mille (37,5 attendus).

Les mêmes informations peuvent être représentées sous la forme d'un graphique (Figure 3). Tu peux voir comment le nombre $\pi(x)$ de nombres premiers jusqu'à x change dans l'intervalle $x \leq 100$, et à nouveau pour $x \leq 1\,000$. Remarque que chaque fois que nous rencontrons un nouveau nombre premier le long de l'axe des x, le graphique augmente de 1. Le graphique prend donc la forme de marches (Figure 3A). À petite échelle, il est difficile de détecter une tendance dans le graphique. Il est assez facile de prouver que l'on peut trouver des intervalles arbitrairement grands dans lesquels il n'y a pas de nombres premiers, c'est-à-dire des intervalles où le graphique n'augmente pas. D'autre part, une conjecture célèbre[3] affirme qu'il existe une infinité de **nombres premiers jumeaux**, c'est-à-dire des paires de nombres premiers avec une différence de 2 entre eux, ce qui se traduirait par une « marche » de largeur 2 dans le graphique. À plus grande échelle, cependant, le graphique semble lisse (Figure 3B). Cette courbe lisse observée à grande échelle démontre le théorème des nombres premiers.

NOMBRES PREMIERS JUMEAUX. Une paire de nombres premiers avec une différence de deux, comme 5, 7 ou 41, 43.

[3] La conjecture des nombres premiers jumeaux a fait l'objet ces dernières années de percées étonnantes de la part de Zhang et Maynard, mais elle reste néanmoins ouverte. En ce qui concerne la conjecture de Goldbach, Helfgott a prouvé en 2014 que tout nombre impair supérieur à 5 est la somme de trois nombres premiers.

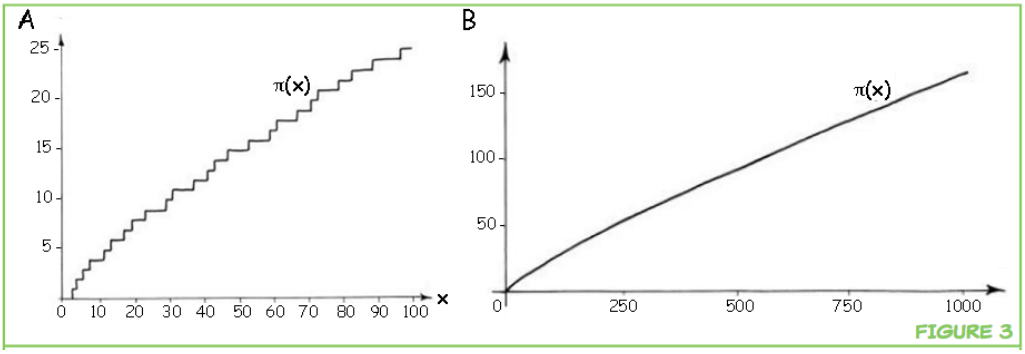


Figure 3. Fréquence des nombres premiers. Graphiques représentant $\pi(x)$, le nombre de nombres premiers jusqu'au nombre x. Dans le panneau A, x est compris entre 0 et 100, et le graphique est en forme d'escalier. Dans le panneau B, x est compris entre 0 et 1 000, l'échelle est donc plus grande et le graphique semble beaucoup plus lisse.

Le fait qu'un phénomène mathématique semble se comporter de manière aléatoire à une échelle donnée, mais qu'il présente une régularité (lissage) à une échelle différente/plus grande (une régularité qui devient de plus en plus précise à mesure que l'échelle augmente) n'est pas nouveau en mathématiques. Les systèmes de probabilité, tels que le jeu de pile ou face, se comportent de cette manière.

Il est impossible de prédire le résultat d'un seul lancer de pièce, mais au fil du temps, si la pièce n'est pas biaisée, elle sortira pile une fois sur deux. Ce qui est surprenant, c'est que le système des nombres premiers n'est pas probabiliste, mais qu'il se comporte à bien des égards comme s'il avait été choisi au hasard.

QUI VEUT DEVENIR MILLIONNAIRE ?

La théorie des nombres, qui comprend l'étude des nombres premiers, est riche en problèmes non résolus, auxquels les plus grands esprits se sont attaqués sans succès pendant des centaines d'années. Certains de ces problèmes non résolus sont des énoncés mathématiques qui n'ont pas encore été prouvés, mais dont nous croyons fermement à l'exactitude. Ces théorèmes non prouvés sont appelés « conjectures » ou « hypothèses ». Nous avons déjà mentionné la conjecture concernant l'existence d'une infinité de nombres premiers jumeaux, c'est-à-dire de paires de nombres premiers distants de deux. Une autre conjecture bien connue, appelée conjecture de Goldbach, affirme que tout nombre pair peut s'écrire sous la forme d'une somme de deux nombres premiers. Par exemple : 16 = 13 + 3, 54 = 47 + 7. Si tu parviens à prouver l'une de ces conjectures, tu gagneras une gloire éternelle.

L'hypothèse de Riemann, sans doute le problème non résolu le plus célèbre des mathématiques, a été proposée par le même Bernhard Riemann que celui mentionné plus haut. Dans le seul article de recherche sur les nombres premiers, qu'il a publié en 1859, Riemann énonce une hypothèse qui prédit à quel point l'approximation donnée par le théorème des nombres premiers est éloignée de la vraie valeur de $\pi(x)$, le nombre de nombres premiers jusqu'à x. En d'autres termes, que peut-on dire de la différence entre la quantité réelle de nombres premiers et celle de la formule suggérée ? La Fondation Clay a désigné ce problème comme l'un des sept problèmes dont la solution sera récompensée par un prix d'un million de dollars ! Si tu n'as pas été intrigué jusqu'à présent, ce prix te motivera peut-être...

Pourquoi est-ce important ? Qui cela intéresse-t-il ? Les mathématiciens jugent leurs problèmes avant tout en fonction de leur difficulté et de leur beauté intrinsèque. Les nombres premiers répondent à ces deux critères. Cependant, les nombres premiers sont également utiles d'un point de vue pratique. Au cours des dernières décennies, la recherche sur les nombres premiers a trouvé une application importante dans le domaine du cryptage (la science du codage des messages secrets). Nous avons déjà mentionné le livre de fiction de Carl Sagan sur une culture extraterrestre communiquant avec l'humanité à l'aide de nombres premiers. Mais il existe un domaine beaucoup plus « chaud », qui n'a rien de fictif, dans lequel les nombres premiers sont utilisés à des fins civiles ou militaires : il s'agit des transmissions cryptées. Lorsque nous retirons de l'argent à un distributeur automatique, nous utilisons une carte de crédit et la communication entre nous et le distributeur est cryptée. Comme beaucoup d'autres codes de cryptage, celui que l'on trouve sur presque toutes les cartes de crédit, appelé RSA (du nom de ses inventeurs — Rivest, Shamir et Adleman), est basé sur les propriétés des nombres premiers.

L'histoire des nombres premiers est encore entourée de mystère. Leur histoire n'est donc pas encore terminée...

LECTURES SUPPLÉMENTAIRES

[1] Du Sautoy, M. 2003. *The Music of the Primes*. HarperCollins.

[2] Doxiadis, A. 1992. *Uncle Petros and Goldbach's Conjecture*. Bloomsbury.

[3] Pomerance, C. 2004. "Prime numbers and the search for extraterrestrial intelligence," in *Mathematical Adventures for Students and Amateurs*, eds D. Hayes and T. Shubin (M.A.A), 1–4.

[4] Singh, S. 1999. *The Code Book*. London, Fourth Estate.

VERSION FRANÇAISE

Cet article d'accès libre est une traduction avec modifications d'un article publié par Frontiers for Young Minds (doi : 10.3389/frym.2018.00040 ; de Shalit E (2018) Prime Numbers–Why are They So Exciting?. *Front. Young Minds*. 6:40).

TRADUCTION : Nicole Pasteur, Association Jeunes Francophones et la Science

ÉDITION : Catherine Braun-Breton, Association Jeunes Francophones et la Science

MENTOR SCIENTIFIQUE : Charlotte André, Institut de Recherches en Infectiologie de Montpellier

JEUNES EXAMINATEURS :

C'est au cours de leur stage de 3ème année de collège à l'Institut de Recherche en Infectiologie de Montpellier que Barnabé et Rayan ont évalué cet article. Ils aiment les mathématiques et on bien aimé être jeunes évaluateurs, même si l'article n'était pas toujours facile.

BARNABÉ, 13 ANS
Je m'appelle Barnabé et suis en classe de 3ème au collège. J'aime les vacances et les voyages à l'étranger.

RAYAN, 14 ANS
Je m'appelle Rayan et suis en classe de 3ème. J'aime beaucoup les échecs.

ARTICLE ORIGINAL (VERSION ANGLAISE)

SOUMIS le 22 juin 2018; **ACCEPTÉ** le 6 août 2018.
PUBLIÉ EN LIGNE le 7 septembre 2018.

ÉDITEUR : Nathan Ryan

MENTOR SCIENTIFIQUE : Gal Porat

CITATION : de Shalit E (2018) Prime Numbers–Why are They So Exciting?. *Front. Young Minds*. 6:40. doi: 10.3389/frym.2018.00040

DÉCLARATION DE CONFLIT D'INTÉRÊT
L'auteur déclare que les travaux de recherche ont été menés en l'absence de toute relation commerciale ou financière pouvant être interprétée comme un conflit d'intérêt potentiel.

JEUNES EXAMINATEURS

ACADÉMIE ISRAÉLIENNE DES ARTS ET DES SCIENCES, 12–13 ANS
L'Académie israélienne des sciences et des arts est un lieu pour les élèves curieux qui aiment apprendre. En cinquième, dans le cadre de nos cours facultatifs, nous sommes 15 élèves à lire des articles scientifiques que nous avons choisis. Le cours est dirigé par Anat Maoz, la directrice de notre collège, qui est également titulaire d'une maîtrise en biologie marine.

AUTEUR

EHUD DE SHALIT
Le professeur Ehud de Shalit est membre de l'Institut Einstein de mathématiques de l'Université hébraïque de Jérusalem, spécialisé dans la théorie des nombres. Il a obtenu sa licence à l'Université hébraïque et son doctorat à l'Université de Princeton (1984). Outre ses recherches en mathématiques, M. de Shalit s'intéresse à l'enseignement des mathématiques et a donné de nombreuses conférences de vulgarisation en mathématiques à l'intention du grand public. *ehud.deshalit@mail.huji.ac.il